

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

-	0	,	8											
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

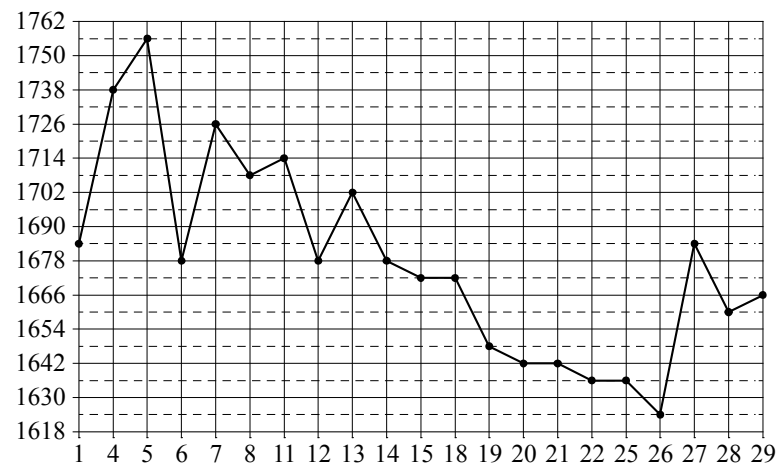
*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**Часть 1**

- 1** Система навигации самолёта информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 21 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2011 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько рабочих дней из данного периода цена золота была равна 1678 рублям за грамм.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён острый угол. Найдите тангенс этого угла.



Ответ: \_\_\_\_\_.

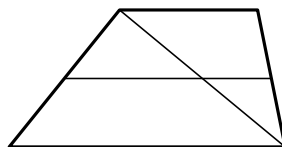
- 4 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 12, но не дойдя до отметки 3.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x-5} = 3$ .

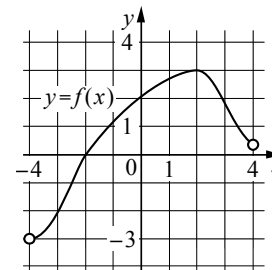
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Основания трапеции равны 5 и 9. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



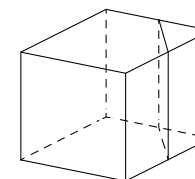
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 4)$ . Найдите корень уравнения  $f'(x) = 0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Объём куба равен 24. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

## Часть 2

9 Найдите значение выражения  $16 \log_{10} \sqrt[4]{10}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя вычисляется по формуле  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  — температура нагревателя (в кельвинах),  $T_2$  — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет 20%, если температура холодильника  $T_2 = 336$  К? Ответ дайте в кельвинах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Расстояние между пристанями А и В равно 165 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот проплыл 92 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наименьшее значение функции  $y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 13$

на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

13 а) Решите уравнение

$$3 \cdot 9^{x+1} - 5 \cdot 6^{x+1} + 8 \cdot 2^{2x} = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

14 Точка  $E$  лежит на высоте  $SO$ , а точка  $F$  — на боковом ребре  $SC$  правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$ , причём  $SE : EO = SF : FC = 2 : 1$ .

а) Докажите, что плоскость  $BEF$  пересекает ребро  $SD$  в его середине.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $BEF$ , если  $AB = 8$ ,  $SO = 14$ .

15 Решите неравенство  $\frac{1}{\log_3 x + 4} + \frac{2}{\log_3(3x)} \cdot \left(\frac{2}{\log_3 x + 4} - 1\right) \leq 0$ .

16 Высоты  $BB_1$  и  $CC_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Отрезок  $AP$  — диаметр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

а) Докажите, что прямая  $HP$  пересекает отрезок  $BC$  в его середине.

б) Луч  $PH$  вторично пересекает окружность, описанную около треугольника  $ABC$ , в точке  $M$ . Найдите длину отрезка  $MC_1$ , если расстояние от центра этой окружности до прямой  $BC$  равно 4,  $\angle BPH = 120^\circ$ .

17 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — **целое** число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,25 млн рублей.

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2^{\ln y} = 4^{|x|}, \\ \log_2(x^4 y^2 + 2a^2) = \log_2(1 - ax^2 y^2) + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 В последовательности из 80 целых чисел каждое число (кроме первого и последнего) больше среднего арифметического соседних чисел. Первый и последний члены последовательности равны 0.

- а) Может ли второй член такой последовательности быть отрицательным?
- б) Может ли второй член такой последовательности быть равным 20?
- в) Найдите наименьшее значение второго члена такой последовательности.



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**